

# Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 22D2334

1. Докажите, что отношение расстояний от произвольной точки гиперболы

$$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$$

до ее правого (левого) фокуса и до правой (левой) директрисы постоянно и равно эксцентриситету гиперболы.

2. Пусть  $L$  — линейное подпространство в  $n$ -мерном линейном пространстве  $V$ . Докажите, что если  $\dim L < n$ , то в пространстве  $V$  имеется базис, в котором ни один из векторов не принадлежит подпространству  $L$ .
3. Пусть  $G$  — мультипликативная абелева группа,  $a$  и  $b$  — ее элементы порядка  $m$  и  $n$ . Докажите, что если числа  $m$  и  $n$  взаимно просты, то порядок элемента  $ab$  равен  $mn$ .
4. Докажите, что аддитивная группа векторов линейного пространства не может быть изоморфна аддитивной группе целых чисел.